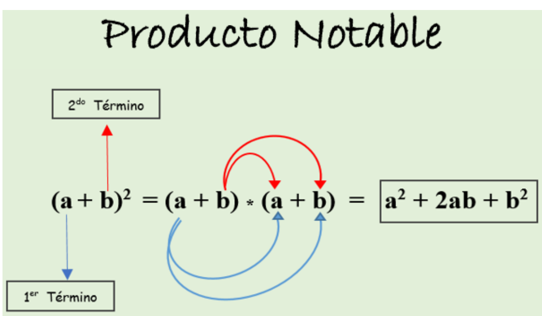
	Año:	2020	Guía No 7: Productos Notables	Grado: 8
	Área:	Matemáticas		
	Asignatura:	Matemáticas		
	Docente (s):	*Carlos Montenegro A.* *mail: car.montenegro@hotmail.com* *celular: 3175115413*		

PRODUCTOS NOTABLES

Los **productos notables** son operaciones algebraicas, donde se expresan multiplicaciones de polinomios, que no necesitan ser resueltas tradicionalmente, sino que con la ayuda de ciertas reglas se pueden encontrar los resultados de las mismas.

Los polinomios son multiplicados entre sí, por lo tanto, es posible que tengan gran cantidad de términos o variables. Para hacer más corto el proceso, se usan reglas de los productos notables, que permiten hacer las multiplicaciones sin tener que ir término por término.



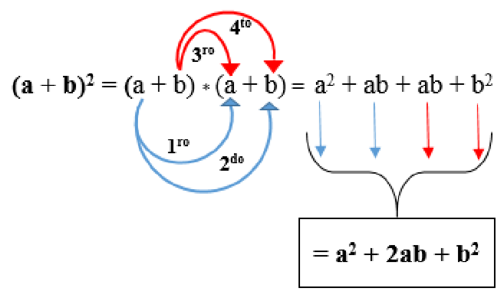
Cada producto notable corresponde a una fórmula que resulta de una factorización compuesta por polinomios de varios términos como por ejemplo binomios o trinomios, llamados factores.

Existen varias fórmulas de producto notable, unas son más usadas que otras, dependiendo de los polinomios y son las siguientes:

- **Binomio al cuadrado**

Un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

En la siguiente figura se puede observar cómo se desarrolla el proceso.



Si los dos signos del binomio son iguales, el doble del primero por el segundo es positivo.

$$\boxed{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2}$$

Si los signos del binomio son distintos, el doble del primero por el segundo es negativo

$$\boxed{(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2}$$

Ejemplos:

1. $(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{3})^2$

$(x+3)^{\,2}=x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2=x^2+6x+9$

2. $(\boldsymbol{2x}-\boldsymbol{3})^2$

$(2x-3)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3+3^2$

$=4x^2+12x+9$

3. $(-\boldsymbol{2x}^2+\boldsymbol{3})^2$

$(-2x^2+3)^2=(-2x^2)^2+2\cdot(-2x^2)\cdot 3+3^2$

$=4x^4-12x^2+9$

4. $\left(-2x^2-3y\right)^2$

$= (-2x^2)^2 - 2 \cdot (-2x^2) \cdot (-3y) + (-3y)^2$

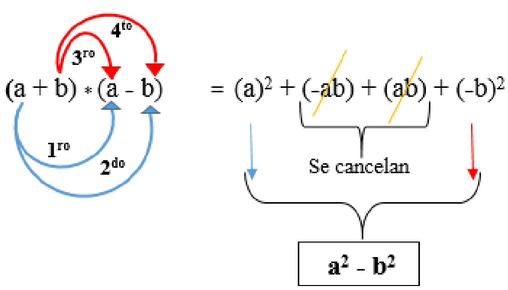
$= 4x^4 - 12x^2y + 9y^2$

- **Suma por diferencia**

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

Esta fórmula se lee como ***suma por diferencia es igual a la diferencia de los cuadrados de los términos.*** También se la conoce como ***diferencia de cuadrados.***

En la siguiente figura se puede observar cómo se desarrolla el proceso:



Ejemplos:

1. $(2x+5) \cdot (2x-5)$

$= (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$

2. $(2x^2+y^3) \cdot (2x^2-y^3)$

$= (2x^2)^2 - (y^3)^2 = 4x^4 - y^6$

- **Producto de dos binomios con un término común**

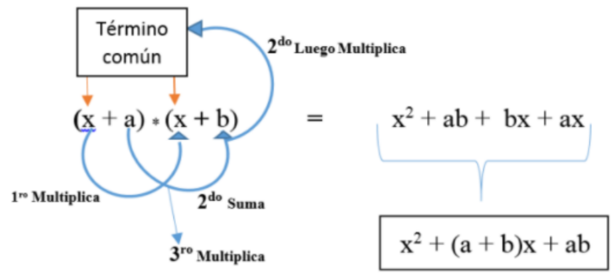
Es uno de los productos notables más complejos y poco utilizado porque se trata de una multiplicación de dos binomios que tienen un término en común. La regla indica lo siguiente:

- El cuadrado del término común.
- Más la suma de los términos que no son comunes y luego multiplicarlos por el término común.
- Más la suma de la multiplicación de los términos que no son comunes.

Se representa con la siguiente fórmula:

$$\boxed{(x+a) \cdot (x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

En la siguiente figura se observa cómo se desarrolla el proceso:



Ejemplo:

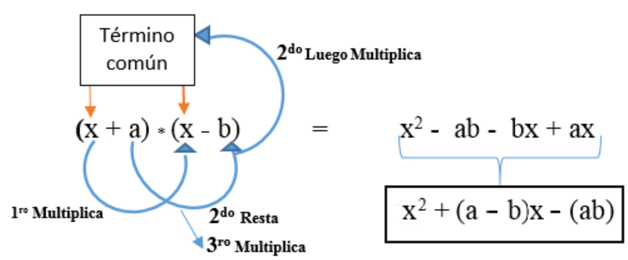
1. $(x+6) \cdot (x+9)$

$= x^2 + (6+9) \cdot x + (6 \cdot 9) = x^2 + 15x + 54$

Existe la posibilidad de que el segundo término (el término diferente) sea negativo, la fórmula es la siguiente:

$$\boxed{(x+a) \cdot (x-b) = x^2 + (a-b)x - ab}$$

En la siguiente figura se observa cómo se desarrolla el proceso:



Ejemplo:

1. $(7x+4) \cdot (7x-2)$

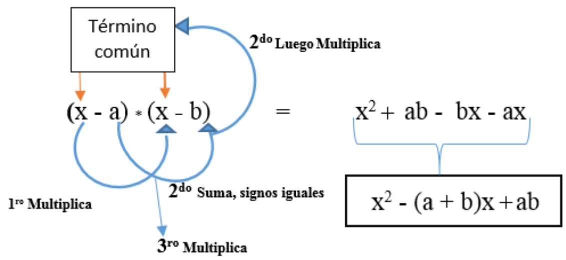
$= (7x \cdot 7x) + (4-2) \cdot 7x + \big(4 \cdot (-2)\big)$

$= 49x^2 + (2) \cdot 7x - 8 = 49x^2 + 14x - 8$

También puede haber el caso de que ambos términos diferentes sean negativos, la fórmula es la siguiente:

$$\boxed{(x-a) \cdot (x-b) = x^2 - (a+b)x + ab}$$

En la siguiente figura se observa cómo se desarrolla el proceso:



Ejemplo:

1. $(\boldsymbol{3b-6})\cdot(\boldsymbol{3b-5})$

$= (\boldsymbol{3b\cdot 3b}) + (\boldsymbol{-6-5})\cdot(\boldsymbol{3b}) + (\boldsymbol{-6\cdot -5})$

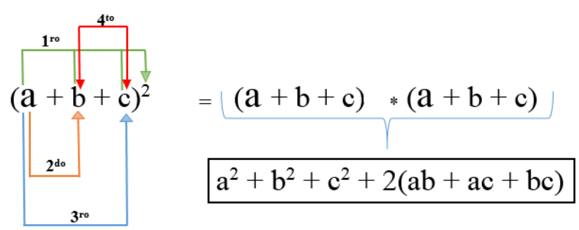
$= \boldsymbol{9b^2} + (\boldsymbol{-11})\cdot(\boldsymbol{3b}) + \boldsymbol{30} = \boldsymbol{9b^2 - 33b + 30}$

- **Polinomio al cuadrado**

En este caso existen más de dos términos y para desarrollarlo, cada uno se eleva al cuadrado y se suman junto con el doble de la multiplicación de un término con otro; su fórmula es:

$$(\boldsymbol{a+b+c})^2 = \boldsymbol{a^2+b^2+c^2+2(\ ab+ac+bc)}$$

En la siguiente figura se observa cómo se desarrolla el proceso:



Ejemplo:

1. $(\boldsymbol{3x+2y+4z})^2$

$= (3x)^2 + (2y)^2 + (4z)^2 + 2(6xy + 12xz + 8yz)$

$= 9x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 12xy + 24xz + 16yz$

- **Binomio al cubo**

Es un producto notable complejo. Para desarrollarlo se multiplica el binomio por su cuadrado, de la siguiente manera:

a) Para el binomio al cubo de una suma: $(\boldsymbol{a+b})^3$

- El cubo del primer término, más el triple del cuadrado del primer término por el segundo.
- Más el triple del primer término, por el segundo al cuadrado.
- Más el cubo del segundo término.

Demostración:

$(a+b)^3 = (a+b)\cdot(a+b)^2$

$= (a+b)\cdot(a^2+2ab+b^2)$

$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$

Se suman términos semejantes y se tiene:

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Por lo tanto;

$$(\boldsymbol{a+b})^3 = \boldsymbol{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$$

Ejemplo:

1. $(\boldsymbol{a+3})^3$
   $= \boldsymbol{a^3} + \boldsymbol{3}(\boldsymbol{a})^2\cdot(\boldsymbol{3}) + \boldsymbol{3}(\boldsymbol{a})(\boldsymbol{3})^2 + (\boldsymbol{3})^3$
   $= \boldsymbol{a^3+9a^2+3(a)(9)+27}$
   $= \boldsymbol{a^3+9a^2+27a+27}$

   Por lo tanto,

   $(\boldsymbol{a+3})^3 = \boldsymbol{a^3+9a^2+27a+27}$

b) Para el binomio al cubo de una resta: $(\boldsymbol{a-b})^3$

- El cubo del primer término, menos el triple del cuadrado del primer término por el segundo.
- Más el triple del primer término, por el segundo al cuadrado.
- Menos el cubo del segundo término.

Demostración:

$(a-b)^3 = (a-b)\cdot(a-b)^2$

$= (a-b)\cdot(a^2-2ab+b^2)$

$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3$

Se operan términos semejantes y se tiene:

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Por lo tanto;

$$\boldsymbol{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

Ejemplo:

1. $\boldsymbol{(b-5)^3}$
$= \boldsymbol{b^3 + 3(b)^2 \cdot (-5) + 3(b)(-5)^2 + (-5)^3}$
$= \boldsymbol{b^3 - 15b^2 + 3(b)(25) - 125}$
$= \boldsymbol{b^3 - 15b^2 + 75b - 125}$

Por lo tanto,

$$\boldsymbol{(b-5)^3 = b^3 - 15b^2 + 75b - 125}$$

- **Cubo de un Trinomio**

Se desarrolla multiplicándolo por su cuadrado. Es un producto notable muy extenso porque se tiene tres términos elevados al cubo, más el triple de cada término elevado al cuadrado, multiplicado por cada uno de los términos, más seis veces el producto de los tres términos. Visto de otra manera se tiene:

$(a+b+c)^3 = (a+b+c) \cdot (a+b+c)^2$

$= (a+b+c) \cdot (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 3ac^2$

$+3b^2c + 3bc^2 + 6abc$

TALLER

NOTA. Antes de comenzar a desarrollar el taller, lean la teoría y practiquen con los ejemplos resueltos, sino entienden algo de los ejemplos, por favor me preguntan.

Recuerden solo entregar el desarrollo de la actividad en hojas aparte con el nombre de la materia, grado, nombre de estudiante y profesor (La guía guárdela para usted).

1. Resolver los siguientes productos
a) $\boldsymbol{(m-n)^2}$
b) $\boldsymbol{(2n+10)^2}$
c) $\boldsymbol{(b-b^2)^2}$
d) $\boldsymbol{(5xy+3x^2)^2}$

2. Desarrollar los siguientes productos:
a) $\boldsymbol{(5a+b) \cdot (5a-b)}$
b) $\boldsymbol{(a+3) \cdot (a-3)}$
c) $\boldsymbol{(2x+3) \cdot (2x-5)}$
d) $\boldsymbol{(m+10) \cdot (m+3)}$

3. Resolver:
a) $\boldsymbol{(a+1)^3}$
b) $\boldsymbol{(m-2)^3}$
c) $\boldsymbol{(xy+2)^3}$
d) $\boldsymbol{(rs-3)^3}$

4. Resolver los siguientes productos:
a) $\boldsymbol{(2a-3+b)^2}$
b) $\boldsymbol{(4s-2w+6s^2)^2}$

BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

- **Productos notables** **https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/productos-notables.html**
- **Productos notables:** **https://www.lifeder.com/productos-notables/**
- **Productos notables:** **https://www.profesorenlinea.cl/matematica/AlgebraProductosnotables.htm**